

**Colección “Matemática Educativa y Tecnología”**

**APLICACIONES SOBRE LA  
MODELACIÓN, LA  
VISUALIZACIÓN Y USO DE  
REPRESENTACIONES EN LA ERA  
NUMÉRICA**

**Editores:**

**Dávila Araiza , María Teresa**

**Romero Félix, César Fabián**

**Hitt, Fernando**



## **Colección: Matemática Educativa y Tecnología**

Editores de la colección:

Fernando Hitt Espinosa

José Carlos Cortés Zavala

## **Comité Editorial**

María Teresa Dávila Araiza

*Universidad de Sonora*

México

César Fabián Romero Félix

*Universidad de Sonora*

México

Fernando Hitt Espinosa

*Université du Québec à Montréal*

Canada.

Primera edición: 20 de noviembre de 2023

---

Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y  
uso de representaciones en la era numérica

Dávila Araiza, M.T., Romero Félix C.F y Hitt, F.  
(Eds.)

México: Editorial AMIUTEM

(Colección Matemática Educativa y Tecnología)

ISBN: 978-607-98603-3-2

---



---

## Prólogo

Irene Vallejo, la joven promesa de la literatura Española, en su libro “El Infinito en un Junco” inicia su obra diciendo:

“Misteriosos grupos de hombres a caballo recorren los caminos de Grecia. Los campesinos los observan con desconfianza desde sus tierras o desde las puertas de sus cabañas. La experiencia les ha enseñado que solo viaja la gente peligrosa: soldados, mercenarios y traficantes de esclavos. Arrugan la frente hasta que los ven hundirse otra vez en el horizonte. No les gustan los forasteros armados.

Los jinetes cabalgan sin fijarse en los aldeanos. Para cumplir su tarea deben aventurarse por los violentos territorios de un mundo en guerra casi permanente”

Más adelante nos informa, que esa tarea que deben cumplir, y que fue un encargo del Rey de Egipto (Ptolomeo III), es buscar Libros, todo tipo de libros y que serán almacenados en la gran Biblioteca de Alejandría.

Irene menciona “La invención de los libros ha sido tal vez el mayor triunfo en nuestra terca lucha contra la destrucción”.

Quise retomar la visión de Irene Vallejo como el inicio del prólogo, para reafirmar que cada libro que se escribe es importante para la humanidad. Así que mi querido lector, todos los autores de este material te agradecemos por haber abierto estas paginas y esperamos que encuentres en este libro beneficios.

El libro “*Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*” es la parte práctica del libro anterior llamado “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”, por lo que es conveniente retomar lo escrito por Esnel Pérez, autor del prólogo del libro “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”. Pérez menciona lo siguiente:

“El título mismo, *Modelación, Visualización y Representaciones en la Era Numérica*, me llevó a preguntarme ¿cuál es la significación que a partir de la lectura del texto habría de encontrar para tal expresión?

El título me permitió suponer que el contenido está articulado sobre tres grandes ejes de discusión, importantes por demás en Educación Matemática: Modelación, Visualización y Representaciones; que, si bien son distinguibles uno del otro, no se excluyen mutuamente; además de un cuarto eje, el uso de tecnología (designado implícitamente por la expresión “En la Era Numérica”), que se entrecruza con los tres primeros.”

En este nuevo libro encontrarás algunas aplicaciones de las temáticas tratadas en el volumen anterior. Se compone de quince capítulos y cada uno de ellos se desarrolla proponiendo una actividad de aprendizaje.

En el capítulo uno, Del Castillo, Ibarra y Armenta desarrollan una secuencia didáctica o actividad para el aula partiendo de una situación cotidiana la Señalización de protección civil. Mencionan

“La estructura de la secuencia didáctica incluye actividades de apertura, desarrollo y cierre, acorde al planteamiento de Díaz-Barriga (2013), y es consistente con los planes y programas vigentes del bachillerato en México (SEP, 2017). Para el desarrollo de la secuencia se han incluido momentos de trabajo individual, en equipos y grupal. La reflexión individual, las interacciones con el grupo y con el profesor son importantes para promover los momentos de argumentación y la negociación de los significados construidos.

Boissinotte, en el capítulo dos propone una actividad para encontrar el mejor costo para instalar un cable, menciona “Nuestro objetivo es lograr que los estudiantes (futuros profesores de secundaria) reconozcan el potencial de Modelado 3D producido en software de geometría dinámica para resolver ciertos Problemas que involucran visualización espacial”. Recomienda, como metodología de trabajo, ACODESA<sup>1</sup> y propone su actividad a través de seis bloques.

Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones es el capítulo tres, los autores, Soto, Urrea Bernal y Romero hacen uso del GeoGebra para tratar las operaciones entre vectores, proponen tres secuencias didácticas donde cada una de ellas se compone de actividades para el aula.

En capítulo cuatro, escrito por Martínez y Olvera, proponen una actividad relacionada con las horas de luz solar, con esta actividad mencionan que pretenden “Que los estudiantes generen un modelo matemático de un contexto real sobre la duración de luz solar con datos que se pueden recuperar en una base que se actualizan en tiempo real. El contexto propuesto es propicio para promover el estudio de fenómenos reales que involucra periodicidad, por lo que la actividad promueve el estudio de la función seno y/o coseno a través de diferentes representaciones. La actividad se compone de cuatro momentos y cada momento es tratado a través de preguntas.

Modelizar el movimiento uniforme apoyados con un sensor de movimiento para obtener un acercamiento a la función lineal y que los estudiantes comprendan que: la gráfica distancia/tiempo que da el sensor es una representación del movimiento. Es la propuesta de Hernández, Santillán y Pérez y para ello proponen cuatro actividades que son presentadas en el capítulo cinco.

Dando continuidad al capítulo anterior en el capítulo seis los mismos autores proponen otra actividad llamada “Gráficas dinámicas ligadas”, ahí proponen tres actividades que tienen como objetivo descubrir relaciones entre la gráfica de  $d/t$  y la de  $v/t$ , manipulando la gráfica.

En el capítulo siete Grijalva y Dávila proponen dos actividades didácticas que pretenden apoyar el estudio de la integral mediante el desarrollo de procesos de visualización. Las actividades diseñadas tienen como propósito promover, como punto de partida, el significado de integral como función de área, no el de integral definida como valor fijo correspondiente al área de una región estática.

Zaldívar Rojas y Vega Herrera son los encargados de la escritura del capítulo ocho, en el cual se desarrollan diez actividades para promover el uso de gráficas en la solución de sistemas de ecuaciones lineales con las cuales intentan promover la visualización matemática.

---

<sup>1</sup> ACODESA: Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autoreflexión

Romero continua, en el capítulo nueve, con actividades para promover la visualización para encontrar raíces de funciones a través del método de Bisección y del Newton-Raphson. La propuesta incluye dos actividades, organizadas en tres etapas cada una: problema inicial, discusión grupal y ejercicios.

El capítulo diez, escrito por Ibarra y Montiel presenta la situación de estimar la temperatura. Esta actividad se desarrolla en tres etapas y tiene como objetivo que los y las profesoras participantes realicen estimaciones acerca de las temperaturas entre dos ciudades a fin de promover el análisis e interpretación geométrica del Teorema de Tales.

Las mismas autoras proponen, en el capítulo once, una actividad sobre Antenas telefónicas como un medio para conceptualizar la mediatriz.

Que los estudiantes aprendan a construir estructuras cognitivas y que ligen los procesos algebraicos en papel y lápiz, junto con los visuales con la ayuda de la geometría dinámica y el Cas de GeoGebra, es el objetivo de la propuesta que desarrolla Hitt en el capítulo doce. Es una actividad que se implementa en el aula utilizando la metodología ACODESA.

Guarín, Parada Rico y Fiallo son los autores de Capítulo trece que lleva por nombre “Nociones de aproximación y Tendencia”. Para los autores una mejor comprensión del concepto de límite de una función en un punto es el que los estudiantes tengan idea de lo que es una aproximación y una tendencia. El Capítulo se desarrolla a través de cinco actividades en las cuales se hace uso de un applet realizado en GeoGebra.

En los Capítulos catorce y quince se trabaja la generalización algebraica, en el aprendizaje formal de álgebra. Hitt y Saboya presentan una actividad denominada “El jardín de calabazas” y Hitt y Quiroz proponen la actividad “Rectángulos y círculos”. En ambas actividades se emplea la metodología ACODESA, por lo que se desarrolla la actividad en cinco etapas. En cada una de las actividades se utiliza un applet de GeoGebra.

Así que, estimado lector, esperamos que las actividades presentadas en este volumen te sean de utilidad, es importante aclarar que la editorial AMIUTEM<sup>2</sup> no persigue fines de lucro, por lo cual los libros editados bajo este sello son de libre circulación y completamente Gratis.

Como parte final de este prologo, recordarte que AMIUTEM es una Asociación formada por profesores de matemáticas de diferentes niveles educativos y que uno de los objetivos sociales que persigue es el de promover el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, por lo que ponemos este material en tus manos para que nos ayudes con esta labor.

Morelia, México

José Carlos Cortés Zavala

---

<sup>2</sup> Asociación Mexicana de Investigadores en el Uso de Tecnología para la Enseñanza de las Matemáticas.

---

## Contenido

Capítulo 1: Señalización para Protección Civil	1
Ana Guadalupe del Castillo B., Silvia E. Ibarra O., Maricela Armenta C.	
Capítulo 2: Activité pour les futurs enseignants de mathématiques : Recherche du meilleur coût pour l'installation d'un câble	29
Christian Boissinotte	
Capítulo 3: Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones	49
José Luis Soto Munguía, Manuel Alfredo Urrea Bernal, César Fabián Romero Félix.	
Capítulo 4: Horas de luz solar	63
Cesar Martínez Hernández, María del Carmen Olvera Martínez.	
Capítulo 5: Caminando frente al sensor de movimiento	73
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 6: Gráficas dinámicas ligadas	83
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 7: Actividades para la exploración gráfica de la integral y sus propiedades elementales	91
Agustín Grijalva Monteverde, María Teresa Dávila Araiza.	
Capítulo 8: Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización	101
José David Zaldívar Rojas, Beatriz Adriana Vega Herrera.	
Capítulo 9: Visualización de métodos numéricos para aproximar raíces de funciones	125
César Fabián Romero Félix	
Capítulo 10: Situación 1: Estimando la temperatura	149
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 11: Antenas telefónicas	162
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 12: Visualización matemática y GeoGebra	173
Fernando Hitt	
Capítulo 13: Nociones de Aproximación y Tendencia	179
Sergio Alexander Guarín Amorocho, Sandra Evely Parada Rico, Jorge Enrique Fiallo Lea.	
Capítulo 14: Le Jardin des Citrouilles	187

Fernando Hitt, Mireille Saboya.

Capítulo 15: Rectángulos y círculos

199

Samantha Quiroz Rivera, Fernando Hitt.

### Capítulo 8: Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización

#### Secuencia didáctica

José David Zaldívar Rojas, Beatriz Adriana Vega Herrera. <sup>1</sup>

#### Problemática y propósitos de aprendizaje

Cuando se inicia el estudio de los Sistemas de Ecuaciones Lineales (SEL) en Secundaria (alrededor de los 13 a 15 años), comúnmente se enfatizan los métodos algebraicos, con poca atención a argumentos visuales, lo cual provoca significados deficientes relativos a la *solución* del sistema. Con la intención de resaltar significados relativos a la *solución de un SEL*, la presente propuesta de actividades toma en consideración a la Visualización Matemática y la variación de parámetros como elementos clave para abordar la noción de solución de un SEL bajo una perspectiva funcional, esto es, considerar de entrada a las ecuaciones que conforman el SEL, como funciones y elaborar un trabajo enteramente visual para abordar el comportamiento de las gráficas de las funciones que conforman el sistema según el comportamiento de sus parámetros: la pendiente y la ordenada al origen.

De manera que el significado asociado a la solución de un sistema dependerá de las condiciones de los parámetros (pendiente y ordenada al origen) de las funciones lineales del sistema.

#### Conceptos matemáticos involucrados

**Generales:** Visualización matemática, Variación de parámetros.

**Específicos:** sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, función lineal.

#### Nivel de estudios

Nivel Secundaria (13 a 15 años).

#### Total de actividades y duración aproximada

10 actividades, para realizarse en un total de 6 sesiones de 60 minutos cada una.

#### Materiales necesarios

- Actividad impresa para cada estudiante.
- Equipos de cómputo (o tablets) con Geogebra o con algún programa de geometría dinámica como Cabri, entre otros. No importa la versión, dado que se utilizarán comandos básicos como recta que pasa por dos puntos, punto, pero sí es requisito indispensable que pueda contar con arrastre. El equipo puede ser utilizado individualmente o en equipos de trabajo según la disponibilidad y cantidad de estudiantes y equipos. No se utilizará un *applet* de geogebra dado que solo se utilizarán herramientas básicas de arrastre del mismo.

<sup>1</sup> Universidad Autónoma de Coahuila, México

## Método o recomendaciones de enseñanza

Las actividades y tareas que componen a la presente propuesta se plantean en términos de una alternativa para el aprendizaje de los SEL, en particular, de la *solución* de un SEL. Es por ello que el diseño instruccional tiene un punto de partida diferente a lo que plantean comúnmente los planes curriculares o los libros de texto relativos al tema. Se plantea como inicio un *acercamiento funcional* (Sfard y Linchevski (1994) citadas en Ochoviet (2009, Vega, 2018) al tópicico a través del análisis gráfico del comportamiento de una función lineal a partir de sus parámetros. Esta innovación permite un acercamiento a la noción de solución de un SEL por medio de la construcción de conjeturas sobre las posibilidades de un par de rectas en el plano cuando se varían los parámetros de cada una de ellas.

Ahora bien, a manera de hipótesis se considera que el trabajo inicial con gráficas resultará en una comprensión más robusta sobre el tipo de solución de un sistema, puesto que no se define de antemano qué es una solución, sino se habla de las condiciones que cumplen un par de rectas en el plano y qué posibilidades tienen. La geometría dinámica nos posibilita este tipo de reflexiones y promueve la argumentación gráfica y visual entre los estudiantes. Se espera que los estudiantes puedan identificar rápidamente cuando dos rectas se cortan o no (rectas paralelas) pero no así cuando son “la misma recta”.

Las tareas que componen las actividades se presentan a continuación con sus respectivos objetivos de aprendizaje particulares. Las actividades se dividen en dos momentos: variación de parámetros y SEL, debido a la preparación previa que se requiere que los estudiantes de secundaria tengan al momento de discutir sobre la noción de solución de un SEL.

### Momento 1. Variación de parámetros en la función lineal

Actividad	Tareas	Objetivo
$m > 0$ $b = 0$	1.1. Completa la tabla y responde	Que el estudiante sea capaz de completar la tabla observando el patrón que se indicaba para ubicarlos en el plano cartesiano.
	1.2. Clasifica la gráfica	El objetivo de esta tarea es que los estudiantes puedan identificar y clasificar el tipo de gráfica que obtuvieron
	1.3. Relacionar la gráfica con su ecuación	Que el estudiante sea capaz de interpretar una función de dicha gráfica y construir su forma algebraica
	1.4. Completar tablas para diferentes valores positivos de la pendiente	Que el estudiante complete las tablas usando la expresión algebraica y reconozca un patrón gráfico
	1.5. Reconocimiento del tipo de función	Sin realizar las gráficas, el objetivo es que el estudiante prediga el tipo de función que se obtiene.
	1.6. Reconocimiento del comportamiento gráfico de las funciones	Que el estudiante analice las gráficas de las funciones que construye y reconozca un patrón gráfico en el comportamiento de las mismas, y así poder clasificarla destacando características
	1.7. Anticipación de una forma gráfica	Que el estudiante sea capaz de anticipar la forma de la gráfica de acuerdo al valor de la pendiente sin construir la tabla de valores.
	1.8. Construcción de la gráfica	

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización

	1.9. Reconocimiento del efecto del parámetro $m$ cuando $m > 0$	Que el estudiante reconozca y argumente que mientras la pendiente es más grande, el efecto en la gráfica es que la línea recta se “acerca mas” al eje y desde los cuadrantes 1 y 3.
$m < 0$ $b = 0$	Las tareas 2, 3 y 4 que componen a estas actividades se organizan de la misma manera que para el caso anterior.	Los objetivos de las tareas son los mismos que en el caso anterior, pero en el caso de la última tarea, el objetivo es que el estudiante reconozca y argumente que mientras la pendiente es más pequeña, el efecto en la gráfica es que la línea recta se “acerca mas” al eje y, pero desde los cuadrantes 2 y 4
$0 < m < 1$ $b = 0$		El objetivo general de ambas actividades es que los estudiantes reconozcan y argumenten que cuando la pendiente es un valor entre 0 y 1, el comportamiento de la gráfica lineal será “acercarse” cada vez más al eje X. El signo de la pendiente tendrá el mismo efecto que en los casos anteriores.
$-1 < m < 0$ $b = 0$		
Tomando $m$ fijo, $b > 0$ $b < 0$	5.1. Completar la tabla y construir la gráfica en el plano	El objetivo es construir la gráfica observando el patrón que se obtiene en la tabla y que se argumente sobre cómo construir la gráfica pero sin necesidad de realizar la tabla.
	5.2. Reconocer el comportamiento de la gráfica	Que el estudiante sea capaz de observar el corte que se obtiene en el eje Y cuando la ordenada es positiva o negativa
	5.3. Trabajo con la función $ax + by = c$ y su relación con $y = mx + b$	El objetivo es que el estudiante reconozca la misma función lineal representada de otra manera.
	5.4. Conjeturar el comportamiento de la gráfica	Se pretende que el estudiante argumente sobre el comportamiento ahora del corte de las rectas con el eje y cuando se trabaja con la ordenada al origen positiva y negativa
Síntesis de la variación de parámetros	6.1. Relacionar funciones con gráficas	Esta tarea tiene por objetivo que el estudiante identifique y relacione gráficas en el plano con la ecuación de una función lineal
	6.2. Construcción de ecuaciones	Que el estudiante sea capaz de dar una expresión algebraica según la gráfica de una función lineal que le corresponda
	6.3. Análisis de parámetros	Que el estudiante reconozca los parámetros involucrados en el modelo lineal cuando se presentan diferentes formas ( $ax + by = c, y = mx + b$ )
	6.4. Análisis de parámetros	
	6.5 Análisis de parámetros	

### Momento 2. Posibilidades en el plano y la noción de solución simultánea de un SEL

Actividad	Tareas	Objetivo
Laboratorio con tecnología 1	7.1. Construcción de rectas en el plano usando geogebra	El objetivo de esta actividad es que el estudiante analice las condiciones de dos rectas en un plano a partir de la geometría dinámica y que argumente sobre las posibilidades que se presentan cuando dos rectas están en el plano: se cortan, son paralelas o son la misma
Laboratorio con tecnología 2	8.1. Construcción de rectas en el plano usando geogebra.	El objetivo de esta tarea es que el estudiante sea capaz de relacionar la ecuación de una recta con su gráfica usando la geometría dinámica. En esta tarea ya se comienza con el análisis de parejas de funciones, tratadas como sistemas.

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización

	8.2. Identificación de los parámetros del sistema	Esta tarea tiene por objetivo que el estudiante identifique características subyacentes con respecto a los valores de los parámetros que se le presentan y el tipo de posibilidad que tendrán las parejas de gráficas en el plano.
	8.3. Características de las gráficas 8.4. Predicción del comportamiento	Estas tareas tienen por objetivo que el estudiante anticipe el comportamiento del sistema según los valores de los parámetros: si las pendientes son iguales pero diferentes ordenadas, etc.
	8.5. Comportamiento del sistema	Esta tarea tiene por objetivo que el estudiante identifique las condiciones de los parámetros de dos rectas paralelas o cuando una es múltiplo de la otra (la misma recta)
Solución de un Sistema	9.1. Identificación de los parámetros del sistema	El objetivo es que el estudiante use la expresión algebraica que componen al sistema para determinar el valor de la pendiente y ordenada al origen.
	9.2. Clasificación de la solución	El objetivo es que el estudiante sin realizar tablas, ni gráficas, sea capaz de reconocer el tipo de solución del sistema.
Síntesis de la solución de un sistema	10.1. Construcción del sistema	El objetivo de la tarea es que el estudiante a partir de las gráficas de funciones lineales que conforman un sistema, sea capaz de asignar los valores de los parámetros en la ecuación de la función lineal a partir de una lista de valores dados
	10.2. Tipo de solución	A partir de los sistemas construidos en la tarea previa, que el estudiante reconozca las condiciones del par de rectas y determine el tipo de solución

Para cada una de las actividades planteadas el profesor puede entregar la actividad impresa y solicitarle que sigan las instrucciones que vienen en cada una de ellas. Debe permitir que los estudiantes exploren el ambiente gráfico con el que trabajan y explicar las herramientas que se utilizarán, así como los comandos. Asimismo, debe permitir a los estudiantes resolver individualmente o por equipos pequeños las tareas, posteriormente en plenaria debe sintetizar e institucionalizar los acuerdos y conjeturas planteadas por los estudiantes.

Dado que el acercamiento se basa en considerar a cada ecuación del sistema como una función lineal, probablemente el profesor requiera trabajar previamente con los estudiantes sobre el plano cartesiano y la ubicación de puntos en el mismo.

---

### Referencias

- Ochoviet, C. (2009). *Sobre el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas*. Tesis inédita de doctorado. CICATA, Ciudad de México, México
- Vega, B. (2018). *Investigación basada en el diseño para el estudio de la noción de solución de un sistema de ecuaciones lineales en estudiantes de Secundaria*. Tesis inédita de Maestría. Universidad Autónoma de Coahuila, Saltillo, México.

### Actividad 1: $y = mx$ , con $m > 0$

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo:

#### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

#### Tareas 1.1 - 1.9 (Individual o en equipos, 50 minutos)



1. Usando el software *Geogebra*  obtén las siguientes gráficas en un mismo plano cartesiano y contesta las siguientes preguntas
- De color rojo traza la recta identidad  $y = x$
  - En el mismo plano cartesiano realiza las siguientes graficas de color verde y anota a un lado el valor de la pendiente de cada uno, denotándolo con la letra  $m$

Función	Valor de la pendiente ( $m$ )
$y = 2x$	
$y = 7x$	
$y = 19x$	
$y = 41x$	

- c) ¿Qué tipos de gráficas se obtuvieron en todas las funciones?

- d) ¿Escribe dos características de las funciones que obtuviste?

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización

- e) Sin realizar la gráfica en Geogebra ¿Qué tipo de grafica sería una función  $y = 82x$ ?  
Comprueba tu respuesta en *Geogebra*

- f) ¿Qué sucede cuando la pendiente de la función va creciendo? Escribe dos observaciones que hayas notado con los resultados que obtuviste en Geogebra:

## Actividad 2: $y = mx$ , con $m < 0$

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo:

### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

### Tareas 2.1 - 2.9 (Individual o en equipos, 50 minutos)



1. Usando el software *Geogebra*  obtén las siguientes gráficas en un mismo plano cartesiano y contesta las siguientes preguntas
- De color rojo traza la recta identidad  $y = -x$
  - En el mismo plano cartesiano realiza las siguientes graficas de color verde y anota a un lado el valor de la pendiente de cada uno, denotándolo con la letra  $m$

Función	Valor de la pendiente ( $m$ )
$y = -2x$	
$y = -7x$	
$y = -19x$	
$y = -41x$	

- c) ¿Qué tipos de gráficas se obtuvieron en todas las funciones?

- d) ¿Escribe dos características de las funciones que obtuviste?

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización

- e) Sin realizar la gráfica en Geogebra ¿Qué tipo de grafica sería una función  $y = -82x$ ?  
Comprueba tu respuesta en *Geogebra*

- f) ¿Qué sucede cuando la pendiente de la función va creciendo? Escribe dos observaciones que hayas notado con los resultados que obtuviste en Geogebra:

### Actividad 3: $y = mx$ , con $0 < m < 1$

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo:

#### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

#### Tareas 3.1 - 3.9 (Individual o en equipos, 50 minutos)



1. Usando el software *Geogebra*  obtén las siguientes gráficas en un mismo plano cartesiano y contesta las siguientes preguntas
  - a) De color rojo traza la recta identidad  $y = x$
  - b) En el mismo plano cartesiano realiza las siguientes graficas de color verde y anota a un lado el valor de la pendiente de cada uno, denotándolo con la letra  $m$

Función	Valor de la pendiente ( $m$ )
$y = \frac{1}{2}x$	
$y = \frac{1}{4}x$	
$y = \frac{1}{12}x$	
$y = \frac{1}{21}x$	

- c) ¿Qué tipos de gráficas se obtuvieron en todas las funciones?

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización

d) ¿En qué es diferente al caso 1? Menciona dos características

e) Sin realizar la gráfica en Geogebra ¿Qué tipo de grafica sería una función  $y = \frac{1}{42}x$ ?  
Comprueba tu respuesta en *Geogebra*

f) ¿Qué sucede cuando la pendiente de la función se va haciendo más pequeña? Escribe dos observaciones que hayas notado con los resultados que obtuviste en *Geogebra*:

### Actividad 4: $y = mx$ , con $-1 < m < 0$

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo:

#### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

#### Tareas 4.1 - 4.9 (Individual o en equipos, 50 minutos)



1. Usando el software *Geogebra*  obtén las siguientes gráficas en un mismo plano cartesiano y contesta las siguientes preguntas
  - a) De color rojo traza la recta identidad  $y = -x$
  - b) En el mismo plano cartesiano realiza las siguientes graficas de color verde y anota a un lado el valor de la pendiente de cada uno, denotándolo con la letra  $m$

Función	Valor de la pendiente ( $m$ )
$y = -\frac{1}{2}x$	
$y = -\frac{1}{4}x$	
$y = -\frac{1}{12}x$	
$y = -\frac{1}{21}x$	

- c) ¿Qué tipos de gráficas se obtuvieron en todas las funciones?

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización

d) ¿En qué es diferente al caso 1? Menciona dos características

e) Sin realizar la gráfica en Geogebra ¿Qué tipo de grafica sería una función  $y = -\frac{1}{42}x$ ?  
Comprueba tu respuesta en *Geogebra*

f) ¿Qué sucede cuando la pendiente de la función se va haciendo más pequeña? Escribe dos observaciones que hayas notado con los resultados que obtuviste en *Geogebra*:

**Actividad 5:  $y = mx + b$  , con  $m$  fijo,  $b > 0$  ,  $b < 0$**

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo:

**INSTRUCCIONES**

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

**Tareas 5.1 - 5.9 (Individual o en equipos, 50 minutos)**



1. Usando el software *Geogebra*  obtén las siguientes gráficas en un mismo plano cartesiano y contesta las siguientes preguntas
- De color rojo traza la recta identidad  $y = 2x$
  - En el mismo plano cartesiano realiza las siguientes graficas de color negro y anota a un lado el valor de la pendiente de cada uno, denotándolo con la letra  $m$  y el valor de la ordenada  $b$

Función	Valor de la pendiente ( $m$ )	Valor de la ordenada al origen ( $b$ )
$y = 2x + 3$		
$y = 2x + 5$		
$y = 2x + 13$		
$y = 2x + 21$		

- c) ¿Qué observas cuando la ordenada al origen es positiva? Escribe dos observaciones

- d) Escribe tres características que observas en todas las gráficas que obtuviste en el plano cartesiano

- e) Sin realizar la gráfica en Geogebra ¿Qué tipo de grafica sería una función  $y = -\frac{1}{42}x$ ?  
Comprueba tu respuesta en *Geogebra*

- f) Ahora en el mismo plano realiza las siguientes gráficas de color azul que aparecen en la tabla y completa anotando el valor de la pendiente  $m$  y la ordenada al origen  $b$

Función	Valor de la pendiente ( $m$ )	Valor de la ordenada al origen ( $b$ )
$y = 2x - 3$		
$y = 2x - 8$		
$y = 2x - 12$		
$y = 2x - 19$		

- g) ¿Qué observas cuando la ordenada al origen es positiva? Escribe dos observaciones

- h) ¿Cómo es la gráfica de la función  $4x+2y=10$ ? Explica

- i) ¿Por qué se dice que la pendiente es la inclinación de la recta? Explica

## Actividad 6: Síntesis de la variación de parámetros

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo:

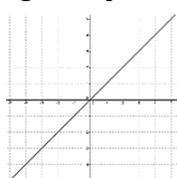
### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

Tareas 6.1 - 6.9 (Individual o en equipos, 50 minutos)

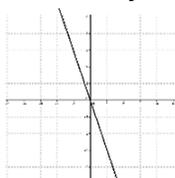


1. Anota en cada gráfica la función lineal y la pendiente que le corresponde a cada una:  $y = 0.3x$ ,  $y = x$ ,  $y = 0.05x$ ,  $y = -x$ ,  $y = -0.4x$ ,  $y = 20x$ ,  $y = -3x$ . Posteriormente, comprueba usando el Geogebra que tus elecciones hayan sido las correctas.



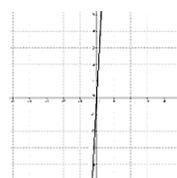
Funcion: \_\_\_\_\_

m = \_\_\_\_\_



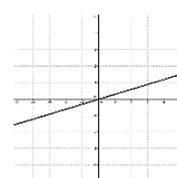
Funcion: \_\_\_\_\_

m = \_\_\_\_\_



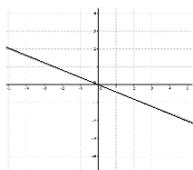
Funcion: \_\_\_\_\_

m = \_\_\_\_\_



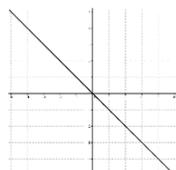
Funcion: \_\_\_\_\_

m = \_\_\_\_\_



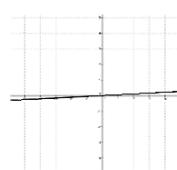
Funcion: \_\_\_\_\_

m = \_\_\_\_\_



Funcion: \_\_\_\_\_

m = \_\_\_\_\_

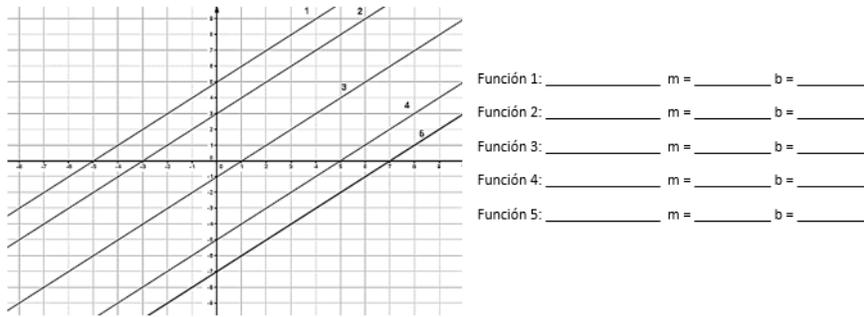


Funcion: \_\_\_\_\_

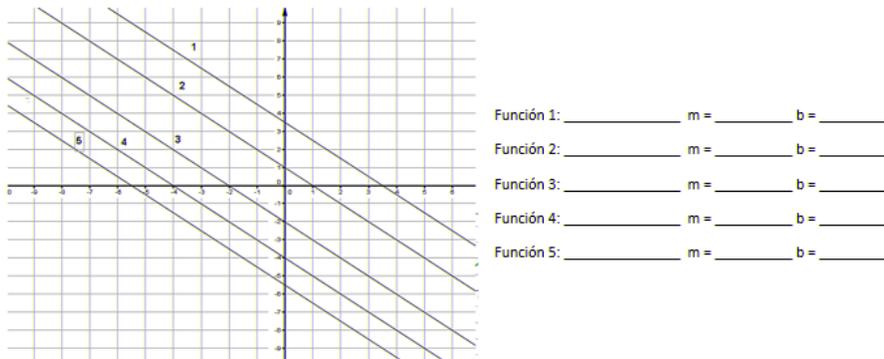
m = \_\_\_\_\_

2. En el siguiente plano cartesiano se tienen cinco funciones lineales. Escribe la función que le corresponde a cada grafica, indica también la pendiente y ordenada al origen.  $y=x+3$ ,  $y=x-1$ ,  $y=x-7$ ,  $y=x+5$ ,  $y=x-5$ . Comprueba posteriormente con el Geogebra que tus elecciones hayan sido correctas.

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización



3. En el siguiente plano cartesiano se tienen cinco funciones lineales. Escribe la función que le corresponde a cada gráfica, indica también en la pendiente y ordenada al origen:  $y = -x + 3.5$ ,  $y = -x - 4$ ,  $y = -x + 1$ ,  $y = -x - 5.5$ ,  $y = -x - 2$ . Comprueba posteriormente con el Geogebra que tus elecciones hayan sido correctas.



4. Escribe dos características que representa la pendiente (positiva y negativa) en el plano cartesiano

5. Que indica en el plano cartesiano la ordenada al origen

6. Que diferencia existe cuando las funciones lineales pasan por el origen o fuera del origen. Escribe tres

7. ¿Es  $x + y = 8$  una función lineal? Explica tu respuesta

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización



## Actividad 7: ¿Cuántas posibilidades existen en el plano? Laboratorio con Tecnología 1

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo: \_\_\_\_\_

### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

### Tareas 7.1 (En equipos, 50 minutos)



1. Abre el programa *Geogebra* y en una hoja de trabajo en blanco contesta lo que se te pide:
  - a) Traza una *recta que pasa por dos puntos* (usar la herramienta:  )
  - b) *Manipula la recta* (puedes mover la recta como desees).
  - c) En la hoja de trabajo de *Geogebra* que ya tienes, construye otra *recta que pase por dos puntos* usando la misma herramienta que en el inciso a.
  - d) Manipula las dos rectas que construiste.
  - e) Completa la siguiente tabla con las posibilidades que se pueden encontrar cuando hay dos rectas en un plano

Posibilidades	Dibujo	Observación
uno		
dos		
tres		
cuatro		



## Actividad 8: Laboratorio con Tecnología 2

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo:

### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

### Tareas 8.1 – 8.5 (En equipos, 50 minutos)



En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas usando el método gráfico se tienen tres tipos de soluciones o posibilidades entre ambas rectas:

- Solución única:** cuando las dos rectas coinciden simultáneamente en un punto
- No tiene solución:** Cuando las rectas son paralelas
- Infinitas soluciones:** cuando las rectas coinciden en todos los puntos, es decir, cuando está una “encima” de la otra.

- De acuerdo a lo anterior obtén las gráficas en *Geogebra* de cada uno de los problemas que se presentan y completa la tabla

Problema	Sistema de ecuaciones lineales	Representación gráfica en <i>Geogebra</i>	Tipo de solución
Uno	1) $y = 2x + 8$ 2) $y = x + 4$		
Dos	1) $y = 6x - 10$ 2) $y - 6x + 10 = 0$		
Tres	1) $y = -2x - 1$ 2) $y = -2x + 5$		
Cuatro	1) $y = -3x - 2$ 2) $y = -3x - 5$		
Cinco	1) $y = 3.4x + 5$ 2) $y = -x + 5$		
Seis	1) $y = -2x - 3$ 2) $4y + 8x + 12 = 0$		

## Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización

2. Con las representaciones graficas que obtuviste en la tabla responde lo siguiente.

a) ¿Qué forma tienen todas las funciones que graficaste?

b) ¿En cuál sistema de ecuaciones aparece únicamente una recta?

c) ¿Qué característica deben tener los coeficientes (pendiente y ordenada) del sistema de ecuaciones lineales para que las rectas coincidan en todos los puntos?

d) ¿En cuál sistema de ecuaciones aparecen rectas paralelas?

e) ¿Qué característica deben tener los coeficientes (pendiente y ordenada al origen) del sistema de ecuaciones lineales para que las rectas sean paralelas?

f) ¿En cuál sistema de ecuaciones las rectas se intersectan en un punto?

g) ¿Cuál es el valor del par ordenado  $(x,y)$  en donde se intersectan las gráficas de los sistemas de ecuaciones lineales?

h) ¿Qué característica deben tener los coeficientes (pendiente y ordenada) del sistema de ecuaciones lineales para que las rectas se intersecten?

Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización



### Actividad 9: Solución de un Sistema

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo:

#### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

#### Tareas 9.1 – 9.2 (En equipos, 50 minutos)



1. Sin el uso del software *Geogebra* completa la siguiente tabla. Posteriormente comprueba tus resultados usando el *geogebra*.

Funciones lineales	Valor de la pendiente	Valor de la ordenada al origen	Tipo de solución
1) $y = 7x + 5$ 2) $y = -2x - 3$	m = ____ m = ____	b = ____ b = ____	
1) $y - 4x + 8 = 0$ 2) $y + 8 = 4x$	m = ____ m = ____	b = ____ b = ____	
1) $y = -3x + 2$ 2) $y = -2x + 2$	m = ____ m = ____	b = ____ b = ____	
1) $y = 3.4x + 2$ 2) $y + 2 = 4x$	m = ____ m = ____	b = ____ b = ____	

### Actividad 10: Síntesis de la Solución de un Sistema

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Miembros del equipo: \_\_\_\_\_

#### INSTRUCCIONES

Realiza las siguientes tareas y contesta las preguntas que se te realizan en cada una de las actividades.

#### Tareas 10.1 - 10.2 (En equipos, 50 minutos)



1. En la siguiente tabla determina el número de soluciones que tendrá el sistema de ecuaciones lineales que representa cada una de ellas e indica cuáles son las soluciones

Representación grafica	Tipo de solución